

# 黏弹性流体系统附壁液滴剪切变形及运动研究

王宁宁,倪旺来,王东,刘海湖

(西安交通大学能源与动力工程学院,710049 西安)

**摘 要:**附壁液滴的变形和运移与残余油的微观驱油效率密切相关,鉴于聚合物驱替液及稠油均可表现出黏弹性流变性质,阐明两相流体黏度等物性条件对黏弹性流体系统附壁液滴行为的影响机制十分必要。采用黏弹性流体两相流格子玻尔兹曼方法,结合接触角几何公式处理润湿边界条件,开展了线性剪切流中 Oldroyd-B 黏弹性环境流体内牛顿液滴(N/V 系统)及牛顿环境流体内 Oldroyd-B 黏弹性液滴(V/N 系统)在两相流体黏度比  $m$ 、黏弹性流体溶剂黏度比  $\beta$  影响下的稳态变形及运移规律研究。结果表明:N/V 系统聚合物的拉伸在界面尖端外侧及前进接触线附近最为显著,形成弹性拉力促进铺展;随  $\beta$  降低(弹性增强),润湿面积增加,表面积减小;随  $m$  增加,润湿面积增加,表面积增大;N/V 液滴移动速度在  $m < 1.5$  时,随  $\beta$  降低而升高;但  $m \geq 1.5$  时,液滴所受总驱动力在  $\beta$  较小时因液滴高度显著降低而减小,导致其移动速度随  $\beta$  降低而减慢。V/N 液滴内聚合物拉伸在后退接触线附近更强,抑制液滴铺展; $m \leq 1$  时润湿面积受  $m$  及  $\beta$  影响不大; $m > 1$  时润湿面积随  $m$  增加、 $\beta$  升高而增大。V/N 液滴表面积受  $m$  和  $\beta$  的影响与 N/V 液滴趋势相一致,且两系统内液滴移动速度均随  $m$  增加而减小,但 V/N 液滴在各  $m$  条件下始终在  $\beta$  较小时移动速度略高。

**关键词:**聚合物驱油;黏弹性流体;液滴;格子玻尔兹曼方法;变形和运移

中图分类号:TE319

文献标志码:A

文章编号:1000-4939(2025)01-0212-11

## Numerical study on deformation and motion of a wall-attached droplet in linear shear flow with viscoelastic rheology

WANG Ningning, NI Wanglai, WANG Dong, LIU Haihu

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, 710049 Xi'an, China)

**Abstract:** The deformation and movement of wall-attached droplets are closely related to the microscale displacement efficiency of residual oil. Since both the displacing liquid in polymer flooding and the heavy oil can exhibit viscoelasticity, it is necessary to clarify the influence of the viscosity-related fluid properties on the behavior of wall-attached droplets in viscoelastic fluid systems. The two-phase viscoelastic lattice Boltzmann method, combined with the geometric wetting boundary condition, is used to investigate the steady-state deformation and motion of a droplet under shear flow, where either the matrix phase (N/V system) or the droplet phase (V/N system) is the Oldroyd-B viscoelastic fluid while the other phase is the

收稿日期:2023-01-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 12072257;12202344;51876170);陕西省自然科学基金基础研究计划项目(No. 2022JQ-502);西安交通大学基本科研业务经费资助项目(No. xzy012021019)

通信作者:刘海湖,教授。E-mail:haihu.liu@mail.xjtu.edu.cn

引用格式:王宁宁,倪旺来,王东,等.黏弹性流体系统附壁液滴剪切变形及运动研究[J].应用力学学报,2025,42(1):212-222.

WANG Ningning, NI Wanglai, WANG Dong, et al. Numerical study on deformation and motion of a wall-attached droplet in linear shear flow with viscoelastic rheology[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2025, 42(1): 212-222.

Newtonian fluid. The effects of the two-phase viscosity ratio  $m$  and the solvent viscosity ratio  $\beta$  of the viscoelastic fluid are studied. Results show that the stretching of polymer molecules in the N/V system is the most pronounced outside the droplet tip and near the advancing contact lines, which acts to promote droplet spreading. The wetting area of the Newtonian droplet in the Oldroyd-B matrix is increased by either decreasing  $\beta$  (increasing elasticity) or increasing  $m$ . The droplet surface area in the N/V system also expands with increased  $m$ , but it reduces with the decrease of  $\beta$ . In the N/V system, the sliding velocity of the droplet is enhanced with decreased  $\beta$  for  $m < 1.5$ , whereas for  $m \geq 1.5$  the trend is reversed owing to the reduced overall driving force caused by the much lower droplet height at smaller  $\beta$ . In the V/N system, the polymer molecules inside the droplet are stretched more significantly near the receding contact lines, which inhibits the droplet's spreading. When  $m \leq 1$ , the wetting area is hardly affected by  $m$  or  $\beta$ , but the wetting area increases with increased  $m$  or  $\beta$  for  $m > 1$ . Under the effects of  $m$  and  $\beta$ , the variations of the droplet surface area in the V/N system are consistent in trend with those in the N/V system. In both N/V and V/N systems, the droplet slides more slowly at a higher  $m$ . Unlike the droplet in the N/V system, the droplet in the V/N system with a smaller  $\beta$  always moves slightly faster under a given  $m$ .

**Key words:** polymer flooding; viscoelastic fluid; droplet; lattice Boltzmann method; deformation and movement

油气资源是国民经济领域重要的能源基础和化工原料<sup>[1]</sup>。鉴于我国大部分陆相油田非均质性十分严重,且已动用油藏经过多年的注水开发普遍处于高含水开采阶段,提高采收率技术的发展面临更艰巨的挑战。聚合物驱作为一种提高采收率技术,在我国已形成了一定规模的工业化生产能力,成为油田增储上产的重要措施<sup>[2]</sup>。然而,聚合物溶液驱残余油的两相流动过程受到流体属性、储层条件、残余油分布状态、注采条件等多重因素的影响<sup>[3-5]</sup>,目前对聚合物驱油机理的认识仍存在争议,无法回答聚合物驱在部分矿场应用中采收率偏低的问题<sup>[6-7]</sup>。微观尺度上残余油常常以油膜状、盲端型、柱状或者簇状等分散态存在<sup>[8]</sup>,聚合物溶液驱油过程实质上是多孔介质内复杂的多相界面动力学流动过程,阐明微观尺度两相流体的相互作用机制,是深入认识聚合物驱油机理,进而提高残余油微观驱油效率的重要手段之一。

在各种类型的残余油中,附着于固壁的油膜、油滴状残余油是一种典型且广泛的存在状态<sup>[8]</sup>。外部驱动流体在壁面附近形成的流场可近似看作线性剪切流,驱动壁面油滴发生小幅振荡、稳定的移动、部分分离或完全分离等<sup>[9-10]</sup>。目前,针对壁面附着液滴在线性剪切流条件下的动力学行为研究已经开展了较多工作,发现液滴行为与雷诺数、毛细数、两相黏度比  $m$ 、壁面润湿性等因素有关<sup>[11]</sup>。针对两相流

体属性的影响,LIU 等<sup>[12]</sup>研究发现小毛细数条件下液滴稳态移动速度随黏度比的增加而单调降低。DIMITRAKOPOULOS 等<sup>[13]</sup>研究发现液滴在垂直于流动方向的铺展随液滴黏度的增加而增大,并解释为液滴界面张力与增大的水动力学力相平衡的结果。

结合聚合物驱油过程,聚合物溶液实质上具有非牛顿黏弹性性质<sup>[14]</sup>;同时,稠油在不同的组分和温度条件下,也可具有黏弹性流变性质<sup>[15]</sup>。在流体黏弹性流变属性的影响下,不仅液滴直接受到弹性力的作用,而且流场分布也受到弹性力的影响<sup>[16-17]</sup>。刘丽丽等<sup>[18]</sup>和朱光普等<sup>[19]</sup>数值研究均发现,聚合物溶液的黏弹性导致壁面液滴所受的法向偏应力增大,促进液滴变形;LIU 等<sup>[20]</sup>数值研究发现高浓度或高分子质量的高弹性聚合物溶液,促进油滴变形、运移和剥离。VARAGNOLO 等<sup>[21]</sup>实验研究了倾斜壁面上黏弹性液滴的滑移,发现与稳态移动速度相关的毛细数与邦德数之间不再遵循牛顿流体系统中的线性关系,而是在邦德数较大时受弹性力的影响而趋近于常数。目前,不仅围绕黏弹性环境流体中牛顿液滴的研究工作不够充分<sup>[19]</sup>,而且考虑油滴黏弹性时,即使对于更基础水驱条件下黏弹性油滴的变形和运动规律也有待进一步探索,尤其尚未阐明两相流体黏度、黏弹性流体浓度(或溶剂黏度比)等重要物性参数的影响机制。

黏弹性流体弹性应力的演化常通过本构方程进行描述,其中 Oldroyd-B 本构模型作为一种典型的黏弹性流体本构模型,在石油领域流动研究中应用广泛<sup>[4]</sup>,其所表征的黏弹性流体在线性剪切流动中黏度始终为常数、具有非零的第一法向应力差。基于黏弹性流体系统壁面附着液滴动力学行为的研究现状,本研究采用 Oldroyd-B 本构模型描述流体的黏弹性流变性质,基于格子玻尔兹曼方法(lattice Boltzmann method, LBM)分别求解两相流动控制方程和黏弹性流体本构方程,结合 DING 等<sup>[22]</sup>所发展的润湿边界条件,分别开展液滴黏弹性和环境流体黏弹性两相流系统中两相流体黏度比、黏弹性流体溶剂黏度比对壁面附着液滴变形及运动影响机制的研究,以期加深对流体物性条件影响下驱油机理的认识,并可为化学、生物等领域非牛顿流体系统液滴微流动控制中的共性问题研究提供理论参考。

## 1 壁面液滴运动模型

### 1.1 物理模型

如图 1 所示,半径  $R = 25$  的半球形液滴置于静止的下壁面上,计算域长、宽、高设置为  $L \times W \times H = 11.2R \times 8R \times 2R$ ,上平板以速度  $u_w$  沿着  $x$  正方向移动,计算域四周为周期边界,流场特征剪切率为  $\dot{\gamma} = u_w/H$ 。采用  $\rho_R$ 、 $\rho_B$  和  $\mu_R$ 、 $\mu_B$  分别表示两相流体的密度和零剪切黏度,其中下标“R”、“B”分别指代红色液滴相流体和蓝色环境负载流体,  $\sigma$  表示两相流体间的界面张力系数,则剪切流场中液滴运动的主要无量纲控制参数<sup>[9,23-24]</sup>可表示为:毛细数  $Ca = \mu_B \dot{\gamma} R / \sigma$ ,定义为黏性力与界面张力之比;雷诺数  $Re = \rho_B \dot{\gamma} R^2 / \mu_B$ ,定义为惯性力与黏性力之比;魏森伯格数  $Wi = \lambda \dot{\gamma}$ ,定义为黏弹性流体的松弛时间  $\lambda$  与流动特征时间  $1/\dot{\gamma}$  之比;液滴与环境负载流体间的两相黏度比  $m = \mu_R / \mu_B$ 。此外,以液滴相为黏弹性流体时为例,液滴零剪切黏度  $\mu_R$  可视为由该流体的溶质聚合物黏度  $\mu_{Rp}$  和溶剂牛顿黏度  $\mu_{Rs}$  两部分组成,定义溶剂黏度比  $\beta = \mu_{Rs} / \mu_R$  反映黏弹性流体的弹性浓度<sup>[25]</sup>。 $\beta$  在 0~1.0 之间变化;当  $\beta = 0$  时,表示纯弹性流体;当  $\beta = 1.0$  时,表示牛顿流体。为简单起见,本研究忽略两相流体的密度差异。

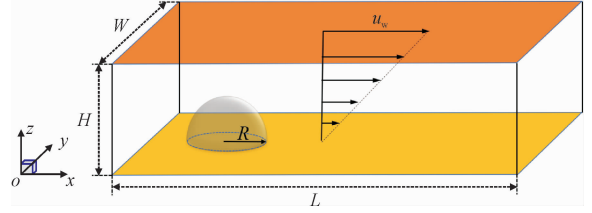


图 1 线性剪切流场内壁面液滴初始设置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a hemispherical droplet initially placed on the bottom wall subject to a linear shear flow

### 1.2 数值模型及边界条件

液滴及其环境流体组成的黏弹性两相流体系统,其流场演化遵循 Navier-Stokes 方程,即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_s + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_p + \mathbf{F}_s \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}$  为流体速度; $t$  为时间; $p$  为压力; $\boldsymbol{\tau}_s$  为黏性应力张量; $\boldsymbol{\tau}_p$  为弹性应力张量; $\mathbf{F}_s$  为界面张力项。弹性应力张量  $\boldsymbol{\tau}_p$  可以写为关于其构型张量  $\mathbf{A}$  的表达式<sup>[26]</sup>,即

$$\boldsymbol{\tau}_p = \frac{\mu_p}{\lambda} (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{I}$  为单位张量。Oldroyd-B 型黏弹性流体基于构型张量  $\mathbf{A}$  的本构方程为<sup>[25,27]</sup>

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{A} = \mathbf{A} \cdot \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{\lambda} (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \quad (4)$$

本研究采用三维格子玻尔兹曼颜色模型计算两相流场信息,详细介绍可参见文献[17]。该模型利用红、蓝流体分布函数  $f_{i,R}$  和  $f_{i,B}$  的演化实现对流场宏观物理量的计算,其中下标“ $i$ ”表示离散速度  $\mathbf{e}_i$  的方向,流场求解基于 D3Q19 离散速度模型。在每个时间步,分布函数先后执行碰撞、重新着色和迁移步骤。基于多松弛时间法的碰撞步为

$$f_i^*(\mathbf{x}, t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \sum_j (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M})_{ij} [f_j(\mathbf{x}, t) - f_j^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] + \bar{F}_i \quad (5)$$

式中: $\mathbf{x}$  为位置坐标; $\mathbf{M}$  和  $\mathbf{S}$  分别为多松弛时间法中的转换矩阵和对角松弛矩阵; $f_i^{\text{eq}}$  为平衡态分布函数,其表达式为

$$f_i^{\text{eq}} = \rho \omega_i \left[ 1 + \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (6)$$

式中:  $\omega_i$  为离散速度的权重系数;  $c_s = 1/\sqrt{3}$  为格子声速;  $\bar{F}_i$  与界面张力  $\mathbf{F}_s$  和弹性力  $\mathbf{F}_p = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_p$  等外力项有关,其表达式为

$$\bar{F}_i = \sum_j \left[ \mathbf{M}^{-1} \left( \mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}}{2} \right) \mathbf{M} \right]_{ij} \omega_j \left[ \frac{\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{u}) \mathbf{e}_j}{c_s^4} \right] \cdot (\mathbf{F}_s + \mathbf{F}_p) \quad (7)$$

流体速度基于分布函数的计算式为

$$\rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \mathbf{e}_i + \frac{1}{2} [\mathbf{F}_s(\mathbf{x}, t) + \mathbf{F}_p(\mathbf{x}, t)] \quad (8)$$

为保证两相界面互不相溶并降低界面处假拟速度,分别对红、蓝分布函数执行重新着色步骤<sup>[28-29]</sup>,即

$$f_{i,R}^{\dagger}(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho_R}{\rho} f_i^{\dagger}(\mathbf{x}, t) + \zeta \frac{\rho_R \rho_B}{\rho} \omega_i \frac{\mathbf{e}_i \cdot \nabla \rho^N}{|\nabla \rho^N|} \quad (9)$$

$$f_{i,B}^{\dagger}(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho_B}{\rho} f_i^{\dagger}(\mathbf{x}, t) - \zeta \frac{\rho_R \rho_B}{\rho} \omega_i \frac{\mathbf{e}_i \cdot \nabla \rho^N}{|\nabla \rho^N|} \quad (10)$$

式中:界面厚度系数  $\zeta$  给定为 0.7,颜色指示函数  $\rho^N = (\rho_R - \rho_B)/(\rho_R + \rho_B)$ ,用于区分不同的流体区域。在纯红色流体区域  $\rho_R = 1, \rho_B = 0, \rho^N = 1$ ;在纯蓝色流体区域  $\rho_R = 0, \rho_B = 1, \rho^N = -1$ ;在两相界面区域  $-1 < \rho^N < 1$ 。在重新标色步骤之后,实施迁移步骤,即

$$f_{i,k}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) = f_{i,k}^{\dagger}(\mathbf{x}, t), k = R, B \quad (11)$$

迭代更新后的红、蓝流体密度由  $\rho_k = \sum_i f_{i,k}$  计算获得,每个计算格点处流体总密度为  $\rho = \rho_R + \rho_B$ 。

三维计算条件下对称正定的构型张量  $\mathbf{A}$  共有 6 个独立分量  $A_{\alpha\beta}$ ,本研究采用对流-扩散格子玻尔兹曼方法基于 D3Q7 离散速度模型求解构型张量本构方程<sup>[26]</sup>。构型张量各独立分量所对应的分布函数  $h_{\alpha\beta}$  在每个时间步经历如下演化过程。

$$\begin{aligned} & h_{\alpha\beta i}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) - h_{\alpha\beta i}(\mathbf{x}, t) \\ &= -\frac{1}{\chi_p} [h_{\alpha\beta i}(\mathbf{x}, t) - h_{\alpha\beta i}^{\text{eq}}(A_{\alpha\beta}, \mathbf{u})] + \\ & \left( 1 - \frac{1}{2\chi_p} \right) \frac{g_{\alpha\beta}}{A_{\alpha\beta}} h_{\alpha\beta i}^{\text{eq}}(A_{\alpha\beta}, \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $\chi_p$  为演化方程的松弛时间;  $h_{\alpha\beta i}^{\text{eq}}$  为平衡态分布函数,其表达式为

$$h_{\alpha\beta i}^{\text{eq}} = w_i A_{\alpha\beta} (1 + 4\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}) \quad (13)$$

式中,  $w_i$  为 D3Q7 离散速度模型中各离散速度的权

重系数。 $\mathbf{g}$  为与本构方程右端项有关的源项,即

$$\mathbf{g} = \mathbf{A} \cdot \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{\lambda} (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \quad (14)$$

则构型张量的计算式为

$$A_{\alpha\beta} = \sum_{i=0}^6 h_{\alpha\beta i} + \frac{g_{\alpha\beta}}{2} \quad (15)$$

进一步,可利用式(3)获得弹性应力张量。

为考虑壁面的润湿性,本研究在黏弹性两相流 LBM 的基础上,引入 DING 等<sup>[22]</sup>所发展的几何公式实施壁面润湿边界条件,即

$$\mathbf{n}_w \cdot \nabla \rho^N = -\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) |\nabla \rho^N - (\mathbf{n}_w \cdot \nabla \rho^N) \mathbf{n}_w| \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{n}_w$  为壁面单位法向量;  $\theta$  为壁面接触角。

本研究模拟中壁面无滑移边界条件或速度边界条件,均通过半步长反弹边界格式实施<sup>[30]</sup>。在 LBM 中,格子系统的物理量基于格子单位,格子单位可通过量纲关系实现与实际物理量单位的转换<sup>[17]</sup>。

## 2 模型验证

本节针对三维两无限大平板间的自发毛细入侵现象,推导含 Oldroyd-B 黏弹性流体时界面位置时间演化的解析表达式,并基于所推导的解析式验证模型模拟移动接触线问题的能力。如图 2 所示,板长为  $L$ ,两板间距为  $H$ ,用两相界面与计算域左端边界的距离  $l$  描述界面位置,润湿相红色流体在毛细力的作用下驱动两相界面沿  $x$  正方向移动。

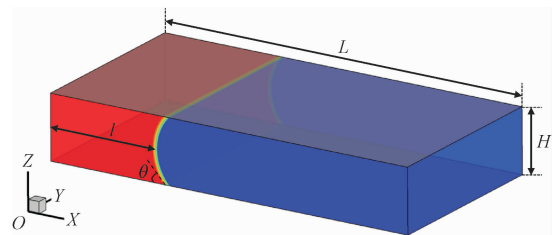


图2 两平行平板间三维毛细入侵示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the three-dimension capillary intrusion

针对纯牛顿流体,在忽略惯性力的条件下,沿毛细管的黏性压降总和与毛细力相平衡, WASHBURN<sup>[31]</sup>推导并给出了界面位置的时间演化解析表达式,即

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\sigma H \cos \theta}{6[\mu_R l + \mu_B (L - l)]} \quad (17)$$

当驱替相红色流体为 Oldroyd-B 黏弹性流体时,

红色流体黏度由溶剂牛顿黏度  $\mu_{\text{Rs}}$  和溶质弹性黏度  $\mu_{\text{Rp}}$  组成。在准稳态流动条件下,  $\partial \mathbf{A} / \partial t = 0$ ,  $\partial u_x / \partial x = 0$ ,  $\partial u_x / \partial y = 0$ ,  $u_y = u_z = 0$ , 代入式 (3) ~ 式 (4) 可得  $\tau_{xx} = 2\mu_{\text{Rp}} \lambda_{\text{R}} (\partial u_x / \partial z)^2$ ,  $\tau_{xz} = \mu_{\text{Rp}} (\partial u_x / \partial z)$ ,  $\tau_{zz} = 0$ , 则  $(\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{\text{p}})_x = \mu_{\text{Rp}} \partial^2 u_x / \partial z^2$ 。进一步, 由式 (2) 可得驱替相黏弹性流体流动控制方程为

$$\nabla p = (\mu_{\text{Rs}} + \mu_{\text{Rp}}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \quad (18)$$

根据壁面速度为 0 的边界条件, 并沿  $z$  方向进行积分平均, 可得平均速度  $\bar{u}_x = dl/dt$  与该段流体压降  $\Delta p = l \nabla p$  的关系为

$$\Delta p = \frac{12\bar{u}_x l (\mu_{\text{Rs}} + \mu_{\text{Rp}})}{H^2} \quad (19)$$

同理, 当被驱替相流体为 Oldroyd-B 流体时, 被驱替段对应的压降为

$$\Delta p = \frac{12\bar{u}_x (L - l) (\mu_{\text{Bs}} + \mu_{\text{Bp}})}{H^2} \quad (20)$$

则驱替相与被驱替相流体任意一相、或两相均为 Oldroyd-B 黏弹性流体时, 自吸过程力平衡方程为

$$\frac{12\bar{u}l(\mu_{\text{Rs}} + \mu_{\text{Rp}})}{H^2} + \frac{12\bar{u}(L - l)(\mu_{\text{Bs}} + \mu_{\text{Bp}})}{H^2} - \frac{2\sigma \cos \theta}{S} = 0 \quad (21)$$

化简可得界面位置时间演化的解析表达式, 即

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\sigma H \cos \theta}{6[(\mu_{\text{Rs}} + \mu_{\text{Rp}})l + (\mu_{\text{Bs}} + \mu_{\text{Bp}})(L - l)]} \quad (22)$$

给定计算域  $x \times y \times z$  为  $199 \times 10 \times 35$ , 界面张力  $\sigma = 0.001$ , 润湿角  $\theta = 60^\circ$ , 蓝色流体零剪切黏度  $\mu_{\text{B}}$  固定为 0.1; 黏弹性流体  $\beta = 0.5$ ,  $\lambda = 10\,000$ 。进、出口采用修正周期边界条件<sup>[32]</sup> 以保证自吸过程中红色流体从进口连续吸入, 蓝色流体从出口连续流出, 且进、出口位置处压力相等。在两相黏度比  $m$  分别为 0.125、1.0、4.0 的条件下, 分别模拟了纯牛顿流体系统 (N/N)、被驱替相为 Oldroyd-B 流体 (N/V), 以及驱替相为 Oldroyd-B 流体 (V/N) 时的自吸吸入过程。模拟所得的界面位置时间演化曲线如图 3 所示, N/N、N/V 及 V/N 流体系统在所测试的 3 种黏度比条件下, 界面抵达出口前 ( $l \leq 190$ ) 与相应解析解间的最大相对误差分别  $\text{N/N} \leq 1.7\%$ ,  $\text{N/V} \leq 4.0\%$ ,  $\text{V/N} \leq 2.0\%$ , 验证了所发展模型能够较好地模拟移动接触线行为。

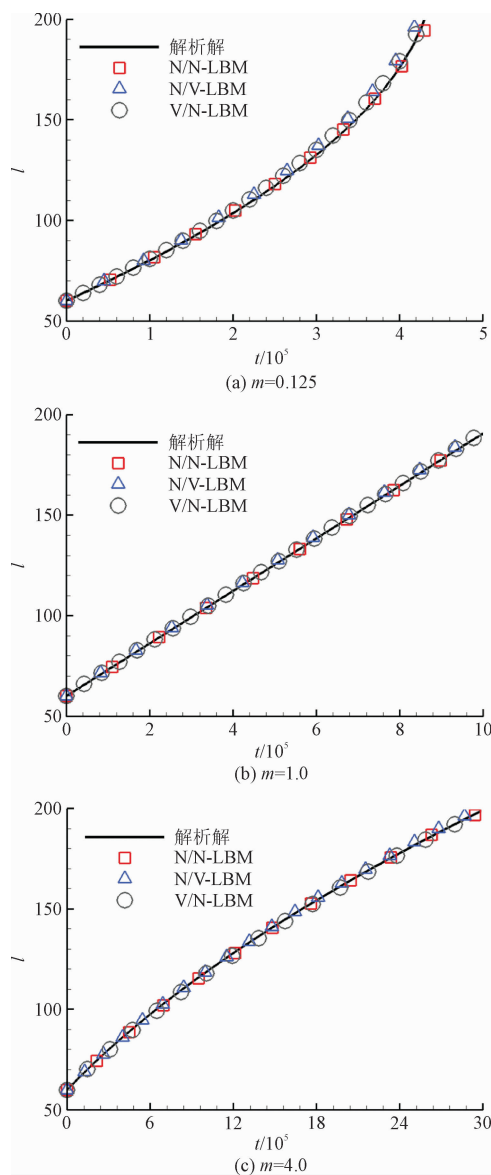


图 3 不同两相黏度比  $m$  条件下 N/N、N/V 及 V/N 系统中界面位置  $l$  的时间演化

Fig. 3 The time evolution of the interface position  $l$  in the N/N, N/V and V/N systems under different  $m$  conditions

### 3 计算结果与讨论

针对线性剪切流条件下的壁面附着液滴运动, 采用  $Re = 1.0$  表征惯性可忽略的低速运动情况; 在弹性数的选择方面, 已有文献较常选用  $Wi = 0 \sim 1.0$ <sup>[19-20]</sup>, 本研究采用  $Wi = 1.0$  体现弹性的作用; 壁面接触角设置为  $90^\circ$ , 对应为中性润湿条件。同时, 由牛顿流体系统壁面附着液滴运动的研究可知<sup>[9,12]</sup>,  $Ca$  较小时液滴仅发生变形运动, 而  $Ca$  超过某一临界值后, 液滴可发生破裂、甚至从壁面脱离。



鉴于目前对黏弹性流体系统中黏度比、溶剂黏度比等参数影响下的液滴受力特点认识不十分清晰,且变形运动机制是理解脱离、破裂等行为的重要前提,本研究中固定  $Ca = 0.15$  以模拟液滴的稳态变形和运移。

3.1 黏弹性流体剪切流中的牛顿液滴(N/V 系统)

在  $\beta = 0.25, 0.5, 0.75$  的条件下,通过改变液滴相流体的黏度值,模拟了两相黏度比  $m$  为 0.125、0.5、1、1.5、2 和 4 时,牛顿液滴在黏弹性流体剪切流(N/V 系统)中的变形与运移行为。在所模拟的各参数条件下,液滴均在外部剪切流的作用下发生变形和运动,液滴形态从初始时刻起发生持续的变形直至稳定,并最终恒定的速度  $u_{cl}$  在壁面上移动。为描述液滴的稳态变形程度,定义液滴润湿面积、高度、及表面积的相对变化参数分别为  $A_r = (A - A_0)/A_0$ ,  $h_r = (h - h_0)/h_0$ ,  $S_r = (S - S_0)/S_0$ , 其中  $A$ 、 $h$ 、 $S$  和  $A_0$ 、 $h_0$ 、 $S_0$  分别为液滴稳态和初始润湿面积、高度及表面积。图 4 给出了稳态时  $A_r$ 、 $h_r$ 、 $S_r$  在不同  $\beta$  条件下随两相黏度比  $m$  的变化曲线,以及  $\beta = 0.25$  时  $x$ - $y$  底面和  $x$ - $z$  中截面上的界面形态。研究发现:随着两相黏度比  $m$  的增加,液滴润湿面积  $A_r$  和表面积  $S_r$  均随  $m$  的增加而增大,而液滴高度  $h_r$  随  $m$  的增加而减小;各  $\beta$  条件下液滴随  $m$  的变形趋势相一致,与纯牛顿流体系统中黏度比的影响相一致<sup>[12]</sup>。

从液滴受力的角度,黏弹性流体系统中液滴所受驱动力主要包括黏性力、弹性力和压力 3 部分,液滴稳态时  $x$  方向的驱动力与壁面摩擦力相平衡。界面上各驱动力  $x$  方向分量在两相流体界面  $S_I$  上的合力的计算式分别为:黏性力  $\int_{S_I} (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_s)_x \delta_f dS$ 、弹性力  $\int_{S_I} (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_p)_x \delta_f dS$  和压力  $\int_{S_I} (\mathbf{n} \cdot (-p\mathbf{I}))_x \delta_f dS$ 。其中,  $\delta_f$  为狄拉克函数,对于格子玻尔兹曼颜色模型<sup>[12]</sup>,狄拉克函数可取为  $\delta_f = |\nabla \rho^n|/2$ 。基于以上力的计算公式,采用稳态时的模拟数据验证发现,各驱动力之和与壁面摩擦阻力相平衡,表明以上各作用力计算式的合理性。

通过  $\mu_B \dot{\gamma} \pi R^2$  对界面所受黏性力、弹性力和压力进行无量纲化处理,并分别用符号  $(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_s)_x'$ 、 $(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_p)_x'$  及  $(-\mathbf{n} \cdot p\mathbf{I})_x'$  表示,各分力随两相黏度比的变化如图 5 所示。聚合物构型张量的迹  $\text{tr}\mathbf{A}$ , 定义

为构型张量  $\mathbf{A}$  主对角线上的元素之和,其大小与聚合物分子的拉伸程度正相关<sup>[25]</sup>,故从  $\text{tr}\mathbf{A}$  的分布能够直观反映聚合物的拉伸情况(对于牛顿流体,  $\text{tr}\mathbf{A} = 3.0$ )。后文将从液滴界面所受  $x$  方向驱动力随控制参数的变化,结合聚合物拉伸情况讨论液滴的变形机制。

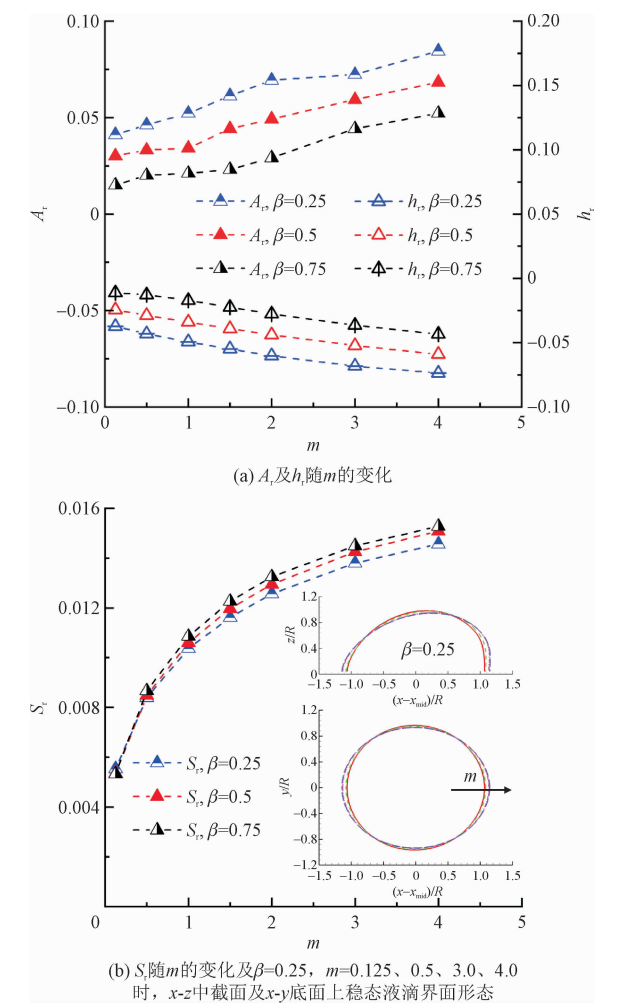


图 4 N/V 系统溶剂黏度比  $\beta$  分别为 0.25、0.5、0.75 时,液滴稳态变形参数随两相黏度比  $m$  的变化

Fig. 4 Variations of the deformation parameters of the steady-state droplet as a function of the two-phase viscosity ratio  $m$  at  $\beta = 0.25, 0.5$  and  $0.75$  in the N/V system

以  $\beta = 0.25$  为例,图 6(a) ~ 图 6(c) 给出了  $m = 0.125, 1.0, 4.0$  时  $x$ - $y$  底面和  $x$ - $z$  中截面上的  $\text{tr}\mathbf{A}$  分布。黏弹性聚合物在界面尖端外侧(图 6 子图中的虚线部分)及前进接触线附近拉伸最为显著,形成的弹性拉力促进液滴在壁面的铺展并降低了液滴的高度,且其拉伸程度随  $m$  的增加而增强,导致液滴界面所受的弹性力随之增大,与图 5 中的统计结果相一致。另外,液滴黏度的增加减慢了液滴的运动

速度,导致液滴经受更强的剪切作用,所以图 5 中黏性驱动力也随两相黏度比的增加而增大。

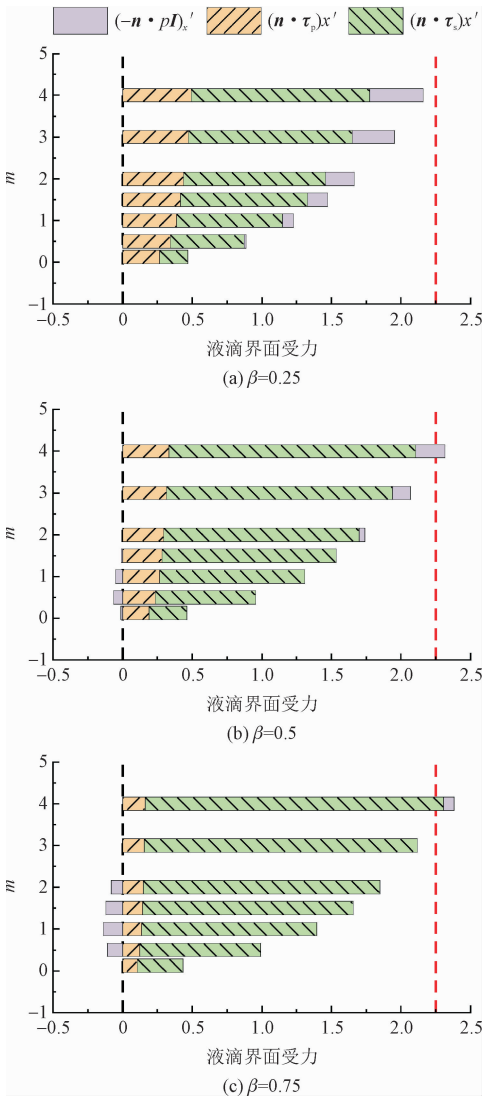


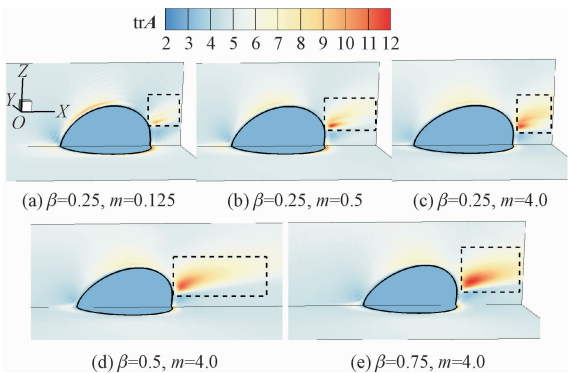
图 5 N/V 系统作用于液滴界面的黏性力、弹性力和压力  $x$  方向分量随两相黏度比  $m$  的变化

Fig. 5 Variations of the  $x$ -components of the viscous force, elastic force and pressure exerted on the droplet interface with the two-phase viscosity ratio  $m$  in the N/V system

由图 5 还可以看出,液滴所受的压力随两相黏度比的增加由阻力、或影响不大转变为驱动力的作用。总体上,液滴界面所受黏性力、弹性力、压力 3 者合力随两相黏度比增加而增大,促进了液滴表面积的增加。

在各两相黏度比  $m$  条件下,比较图 4 环境流体溶剂黏度比  $\beta$  对液滴稳态变形的影响,发现液滴均在  $\beta$  最小时 ( $\beta = 0.25$ ) 更易在壁面上铺展,对应更大的润湿面积  $A_r$  和更低的液滴高度  $h_r$ 。图 6(c) ~ 图(e)给出了  $m = 4.0$  时  $\text{tr}A$  随  $\beta$  的变化,虽然黏弹

性聚合物的拉伸随溶剂黏度比  $\beta$  的增加而增强,但由于溶质黏度系数  $\mu_p$  随  $\beta$  的增加而降低,导致由式 (3) 计算所得的弹性力在  $\beta = 0.25$  时更大,因此随着  $\beta$  的减小,润湿面积  $A_r$  增大而液滴高度  $h_r$  减小。由图 5(b) 可知,在黏弹性环境流体的溶剂黏度  $\mu_s$  和溶质黏度  $\mu_p$  相等时 ( $\beta = 0.5$ ),  $x$  方向黏性力分量明显高于弹性力分量。相同黏度比条件下,随  $\beta$  减小 (弹性增强),黏性力减小、液滴所受总的合力减小,但弹性力的增加促进了液滴润湿面积的增大,表明液滴润湿面积的改变对于弹性力的变化更为敏感。另一方面,各  $m$  条件下液滴表面积均在  $\beta = 0.75$  时最大,与液滴所受黏性力、以及总的合力略增大的趋势相一致,由此可见液滴表面积的变化由黏性力和弹性力的变化共同决定。



注:各子图内虚线框标识了界面附近强弹性拉伸区域。

图 6 N/V 系统三维计算域内  $\text{tr}A$  在  $x$ - $z$  中截面及  $x$ - $y$  底面上的分布

Fig. 6 Distributions of  $\text{tr}A$  in the  $x$ - $z$  mid-plane and  $x$ - $y$  bottom plane extracted from the 3D computational domain of the N/V system

图 7 给出了 N/V 系统液滴稳态移动速度  $u_{cl}/u_w$  随两相黏度比  $m$  的变化,由于壁面摩擦阻力作用随液滴黏度的增加而增强,各溶剂黏度比  $\beta$  条件下液滴稳态移动速度均随  $m$  的增加而降低。由图 7 可知:液滴移动速度在两相黏度比  $m < 1.5$  时,  $\beta$  越小移动速度越快,其原因在于  $m$  较低时,液滴润湿面积及表面积均变形较小,环境流体弹性拉力在  $\beta$  较小时占比相对较大,有助于促进液滴运动;而  $m \geq 1.5$  时,  $\beta$  越小润湿面积越大,液滴高度明显降低,以图 5 中  $m = 3$  为例,  $\beta = 0.75$  时 (图 5c) 的黏性力分量明显大于  $\beta = 0.25$  时 (图 5a) 的黏性力分量,且液滴所受合力随  $\beta$  减小而略减弱,所以  $\beta$  越大液滴移动速度越快。

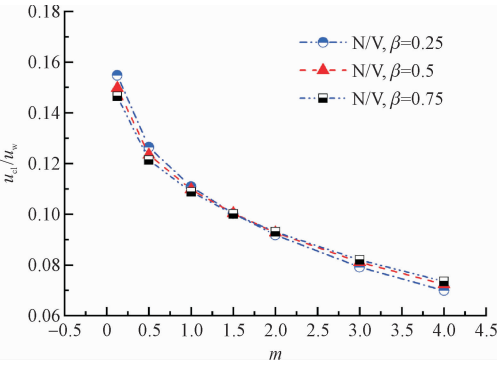


图 7 N/V 系统中无量纲液滴稳态移动速度  $u_{cl}/u_w$  在  $\beta = 0.25, 0.5$  和  $0.75$  时随两相黏度比  $m$  的变化  
Fig. 7 Dimensionless moving velocity  $u_{cl}/u_w$  of the steady-state droplet as a function of the two-phase viscosity ratio  $m$  for  $\beta = 0.25, 0.5, 0.75$  in the N/V system

3.2 牛顿流体剪切流中的黏弹性液滴(V/N 系统)

图 8 给出了 V/N 系统液滴稳态时  $A_r$ 、 $h_r$ 、 $S_r$  在不同  $\beta$  条件下随两相黏度比  $m$  的变化曲线,以及  $\beta = 0.25$  时  $x$ - $y$  底面及  $x$ - $z$  中截面上的稳定界面形态。

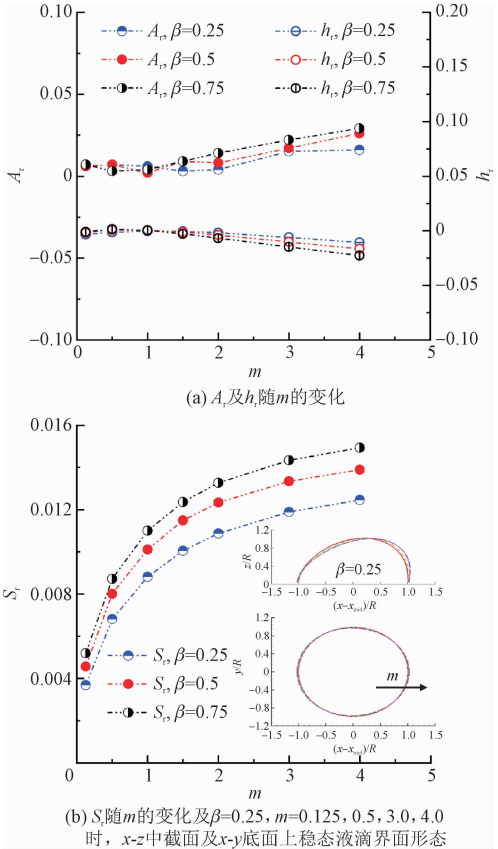


图 8 V/N 系统溶剂黏度比  $\beta = 0.25, 0.5, 0.75$  时,液滴稳态变形参数随两相黏度比  $m$  的变化  
Fig. 8 Variations of the deformation parameters of the steady-state droplet as a function of the two-phase viscosity ratio  $m$  at  $\beta = 0.25, 0.5, 0.75$  in the V/N system

当  $m \leq 1$  时,黏弹性液滴  $A_r$  及  $h_r$  受  $m$  及  $\beta$  的影响不大;当  $m > 1$  时,  $A_r$  随  $m$  的增大而增加,  $h_r$  随  $m$  的增大而减小,  $A_r$  及  $h_r$  变化幅度均小于黏弹性环境中牛顿液滴相应的变化幅度。表面积  $S_r$  总体随  $m$  增大而增大;相同  $m$  条件下,  $S_r$  随  $\beta$  增大而增大。

图 9 ~ 图 10 分别给出了各  $\beta$  条件下,黏弹性液滴界面所受黏性力、弹性力、压力  $x$  方向分量以及液滴稳态移动速度随两相黏度比  $m$  的变化。

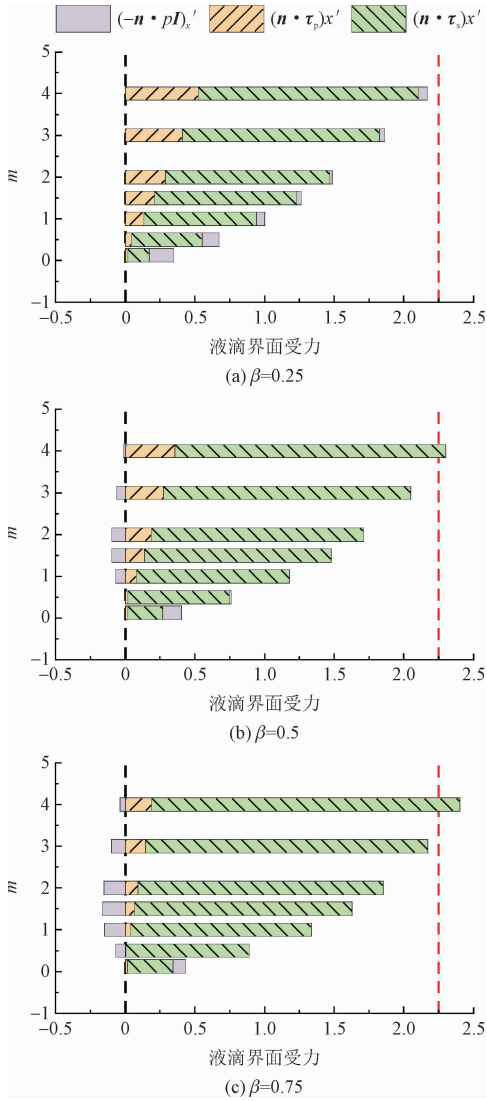


图 9 V/N 系统作用于液滴界面的黏性力、弹性力和压力  $x$  方向分量随两相黏度比  $m$  的变化

Fig. 9 Variations of the  $x$ -components of the viscous force, elastic force and pressure exerted on the droplet interface with the two-phase viscosity ratio  $m$  in the V/N system

随着黏弹性液滴黏度的增加,液滴所受的壁面摩擦力增大,导致液滴移动速度降低,液滴与环境流体间的速度梯度增大,因此总体上液滴黏性力和弹



性力均随黏度比的增加而增大;液滴所受的压力总体占比较小。与 N/V 系统类似,液滴所受驱动力合力的增大导致液滴表面积随黏度比增加而增大。

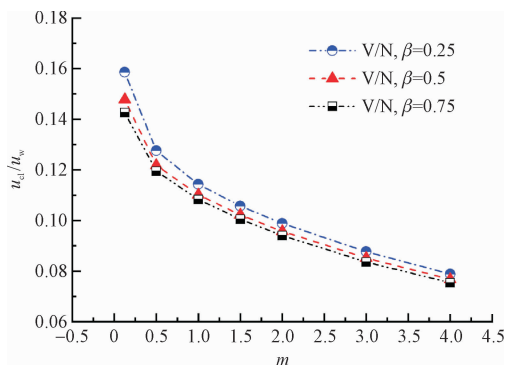


图 10 V/N 系统中无量纲液滴稳态移动速度  $u_{cl}/u_w$

在  $\beta = 0.25, 0.5, 0.75$  时随两相黏度比  $m$  的变化

Fig. 10 The dimensionless moving velocity  $u_{cl}/u_w$  of the steady-state droplet as a function of the two-phase viscosity ratio  $m$  for  $\beta = 0.25, 0.5, 0.75$  in the V/N system

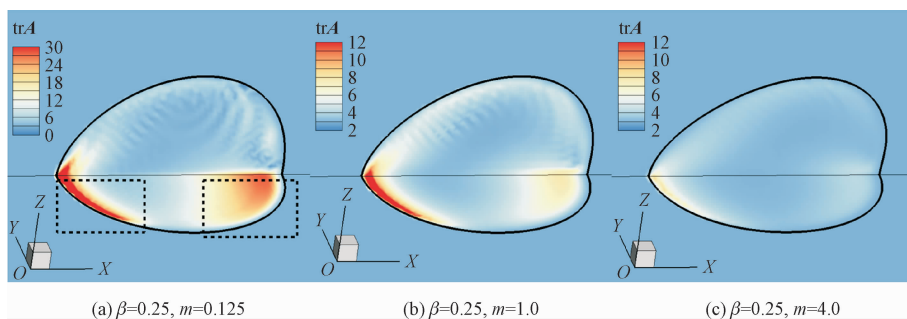


图 11 V/N 系统三维计算域内  $\text{tr}A$  在  $x-z$  中截面及  $x-y$  底面上的分布

Fig. 11 Distributions of  $\text{tr}A$  in the  $x-z$  mid-plane and  $x-y$  bottom plane extracted from the 3D computational domain in the V/N system

在对黏弹性液滴移动速度的影响方面,由图 10 知,V/N 液滴在各  $m$  条件下的稳态移动速度  $u_{cl}/u_w$  始终在  $\beta$  较小时更高;在各  $\beta$  条件下均随两相黏度比  $m$  的增加而降低。其原因在于: $\beta$  较小或两相黏度比  $m$  较低时,液滴黏弹性抑制变形的能力较强,所以液滴底面积扩张较小、壁面摩擦力小,液滴高度更高,承受的剪切作用较强,因此液滴移动速度更高。

## 4 结 论

本研究在黏弹性两相流颜色模型的基础上,通过结合润湿边界条件,发展了一种能够同时处理黏弹性流变和移动接触线问题的两相流格子玻尔兹曼方法,推导了 Oldroyd-B 流体毛细自吸现象界面位置

另一方面,图 11 给出了  $\beta = 0.25$  时,V/N 系统液滴稳态时  $x-y$  底面及  $x-z$  中截面上的  $\text{tr}A$  分布。图 11(a) 内虚线框标识了强弹性拉伸区域在  $m = 0.125$  时,黏弹性聚合物的拉伸主要集中在壁面附近的流体上,以液滴后退接触线区域及前进接触线包围的内部区域最为显著(图 11a ~ b)。因此,尽管  $m \leq 1$  时液滴界面所受合力也随  $m$  增加而增大,但液滴底部较强的弹性拉伸作用表现为抵抗液滴变形,导致润湿面积和液滴高度受  $m$  及  $\beta$  的影响并不明显。 $m > 1$  时,随着  $m$  的增加,以图 11(c) 中  $m = 4.0$  时为例,聚合物的拉伸明显减弱且仅体现在液滴后退接触线附近区域,界面总驱动力增大,因此液滴润湿面积增大、高度降低;同时,弹性抑制铺展的作用在  $\beta$  较低时相对更强,所以  $m > 1$  范围内, $A_r$  随  $\beta$  降低而减小, $h_r$  随  $\beta$  降低而增大,与 N/V 系统中  $\beta$  的影响相反。VARAGNOLO 等<sup>[21]</sup> 的二维数值研究也发现了液滴内聚合物拉伸类似的分布特点。

时间演化的解析解,开展了 N/V 和 V/N 两类系统线性剪切流中壁面附着液滴在两相流体黏度比  $m$ 、黏弹性流体溶剂黏度比  $\beta$  影响下的变形和运移规律研究,结论如下。

1) N/V 系统聚合物拉伸以液滴尖端外侧和前进接触线区域最为显著,弹性拉力促进液滴在壁面的铺展;而 V/N 系统液滴的弹性拉伸主要集中在后退接触线附近区域,表现为抑制液滴铺展。

2) N/V 和 V/N 液滴所受弹性力和黏性力均随  $m$  增加而增大,N/V 液滴随  $m$  增大表现为润湿面积增加、高度降低及表面积增大。V/N 液滴在  $m \leq 1$  时润湿面积及高度受  $m$  影响不大,在  $m$  更高时与 N/V 液滴变形趋势相一致,但幅度更小。

3) 黏弹性流体溶剂黏度比  $\beta$  增加时,N/V 液滴由于受到的弹性促进作用减小,其润湿面积减小。

V/N 液滴润湿面积受  $\beta$  的影响在  $m \leq 1$  时不明显,在  $m > 1$  时表现为随  $\beta$  增加(弹性抑制作用减弱)而增大。

4) N/V 及 V/N 液滴稳态移动速度均随两相黏度比  $m$  的增加而降低。同时, V/N 液滴始终在  $\beta$  较低时由于润湿面积偏小而速度略高。N/V 液滴在  $m$  较小时,由于弹性力在  $\beta$  较低时的驱动作用更强而运动速度更快;但  $m \geq 1.5$  时, N/V 液滴因在  $\beta$  较低时的铺展增强而移动更慢。

参考文献:

[1] 冯丹,陆朝荣,董仕宝.我国国内石油供给安全形势分析[J].广州化工,2020,48(8):21-23.  
FENG Dan, LU Zhaorong, DONG Shibao. Analysis of Chinese domestic oil supply security situation[J]. Guangzhou chemical industry, 2020, 48(8): 21-23 (in Chinese).

[2] 金亚杰.国外聚合物驱油技术研究及应用现状[J].非常规油气,2017,4(1):116-122.  
JIN Yajie. Progress in research and application of polymer flooding technology abroad[J]. Unconventional oil & gas, 2017, 4(1): 116-122 (in Chinese).

[3] 王德民.黏弹性流体的特殊性对油藏工程、地面工程及采油工程的影响[J].大庆石油学院学报,2001,25(3):46-52.  
WANG Demin. Effect of particularity of visco-elastic fluid on reservoir engineering and production engineering[J]. Journal of Daqing Petroleum Institute, 2001, 25(3): 46-52 (in Chinese).

[4] 钟会影,张伟东,刘义坤,等.黏弹性聚合物驱普通稠油微观渗流数学模型[J].地球科学,2017,42(8):1364-1372.  
ZHONG Huiying, ZHANG Weidong, LIU Yikun, et al. The micro-flow mathematical model study on viscoelastic polymer displacement viscous oil[J]. Earth science, 2017, 42(8): 1364-1372 (in Chinese).

[5] 刘西洋,付涛涛,朱春英,等.微通道内非牛顿流体中液滴生成机理研究进展[J].化工学报,2021,72(2):772-782.  
LIU Xiyang, FU Taotao, ZHU Chunying, et al. Progress on droplet formation mechanism in non-Newtonian fluids in microchannels [J]. CIESC journal, 2021, 72(2): 772-782 (in Chinese).

[6] VERMOLEN E C, HAASTERECHT M J, MASALMEH S K. A systematic study of the polymer visco-elastic effect on residual oil saturation by core flooding[C]//SPE EOR Conference at Oil and Gas West Asia. Richardson, Texas, USA; OnePetro, 2014; SPE-169681-MS.

[7] SANDENG K, MELHUUS K, KRISTOFFERSEN A. Polymer “viscoelastic effect”; does it reduce residual oil saturation [J]. Journal of petroleum science and engineering, 2017, 153: 355-363.

[8] ZHAO H, YANG H B, KANG X, et al. Study on the types and formation mechanisms of residual oil after two surfactant imbibition [J]. Journal of petroleum science and engineering, 2020, 195: 107904.

[9] DING H, GILANI M N H, SPELT P D M. Sliding, pinch-off and detachment of a droplet on a wall in shear flow [J]. Journal of fluid mechanics, 2010, 644: 217-244.

[10] SEEVARATNAM G K, DING H, MICHEL O, et al. Laminar flow deformation of a droplet adhering to a wall in a channel [J]. Chemical engineering science, 2010, 65(16): 4523-4534.

[11] WANG F L, LIU T, LEI W H, et al. Dynamic analysis of deformation and start-up process of residual-oil droplet on wall under shear flow [J]. Journal of petroleum science and engineering, 2021, 199: 108335.

[12] LIU H H, ZHANG J G, BA Y, et al. Modelling a surfactant-covered droplet on a solid surface in three-dimensional shear flow [J]. Journal of fluid mechanics, 2020, 897: A33.

[13] DIMITRAKOPOULOS P, HIGDON J J L. On the displacement of three-dimensional fluid droplets from solid surfaces in low-Reynolds-number shear flows [J]. Journal of fluid mechanics, 1998, 377: 189-222.

[14] ROCK A, HINCAPIE R E, TAHIR M, et al. On the role of polymer viscoelasticity in enhanced oil recovery: extensive laboratory data and review [J]. Polymers, 2020, 12(10): 2276.

[15] 徐丕东,王丽霞,苏玉亮.黏弹性稠油的驱替特征及其影响因素分析[J].西南石油大学学报(自然科学版),2008,30(6):113-116.  
XU Pidong, WANG Lixia, SU Yuliang. Displacement characteristics of viscoelastic heavy oil and the analysis on influencing factors [J]. Journal of Southwest Petroleum University (science & technology edition), 2008, 30(6): 113-116 (in Chinese).

[16] MUKHERJEE S, SARKAR K. Effects of viscosity ratio on deformation of a viscoelastic drop in a Newtonian matrix under steady shear [J]. Journal of non-newtonian fluid mechanics, 2009, 160(2/3): 104-112.

[17] WANG D, WANG N N, LIU H H. Droplet deformation and breakup in shear-thinning viscoelastic fluid under simple shear flow [J]. Journal of rheology, 2022, 66(3): 585-603.

[18] 刘丽丽,杨树人,王立辉,等.微孔道中残余油膜受力与变形的数值计算[J].油气地质与采收率,2012,19(2):60-63.  
LIU Lili, YANG Shuren, WANG Lihui, et al. The numerical calculation about the stress and deformation of residual oil in the micro-pore [J]. Petroleum geology and recovery efficiency, 2012, 19(2): 60-63 (in Chinese).

[19] 朱光普,姚军,孙海,等.基于界面追踪的黏弹性流体微观流动模拟[J].科学通报,2016,61(36):3973-3981.

- ZHU Guangpu, YAO Jun, SUN Hai, et al. Microscopic flow simulation of viscoelastic fluid based on interface tracking method[J]. Chinese science bulletin, 2016, 61(36):3973-3981 (in Chinese).
- [20] LIU Y, FAN J W, LIU L L, et al. Numerical simulation of residual oil flooded by polymer solution in microchannels[J]. Geofluids, 2018, 2018(1):8947839.
- [21] VARAGNOLO S, FILIPPI D, MISTURA G, et al. Stretching of viscoelastic drops in steady sliding[J]. Soft matter, 2017, 13(17):3116-3124.
- [22] DING H, SPELT P D M. Wetting condition in diffuse interface simulations of contact line motion[J]. Physical review e, 2007, 75(4):046708.
- [23] AGGARWAL N, SARKAR K. Effects of matrix viscoelasticity on viscous and viscoelastic drop deformation in a shear flow[J]. Journal of fluid mechanics, 2008, 601:63-84.
- [24] AGGARWAL N, SARKAR K. Deformation and breakup of a viscoelastic drop in a Newtonian matrix under steady shear[J]. Journal of fluid mechanics, 2007, 584:1-21.
- [25] WANG D, TAN D S, KHOO B C, et al. A lattice Boltzmann modeling of viscoelastic drops' deformation and breakup in simple shear flows[J]. Physics of fluids, 2020, 32(12):123101.
- [26] MALASPINAS O, FIÉTIER N, DEVILLE M. Lattice Boltzmann method for the simulation of viscoelastic fluid flows[J]. Journal of non-newtonian fluid mechanics, 2010, 165(23/24):1637-1653.
- [27] OLDROYD J G. On the formulation of rheological equations of state[J]. Proceedings of the Royal Society of London. series a. mathematical and physical sciences, 1950, 200(1063):523-541.
- [28] HALLIDAY I, LAW R, CARE C M, et al. Improved simulation of drop dynamics in a shear flow at low Reynolds and capillary number[J]. Physical review e, 2006, 73(5):056708.
- [29] LIU H H, JU Y P, WANG N N, et al. Lattice Boltzmann modeling of contact angle and its hysteresis in two-phase flow with large viscosity difference[J]. Physical review e, 2015, 92(3):033306.
- [30] LADD A J C. Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 1. Theoretical foundation[J]. Journal of fluid mechanics, 1994, 271:285-309.
- [31] WASHBURN E W. The dynamics of capillary flow[J]. Physical review, 1921, 17(3):273-283.
- [32] LIU H H, SUN S L, WU R, et al. Pore-scale modeling of spontaneous imbibition in porous media using the lattice Boltzmann method[J]. Water resources research, 2021, 57(6):e2020WR029219.

(编辑 张璐)